**2023 年普通高等学校招生全国统一考试**

**数学（理科）**

**注意事项:**

**1 ．答卷前，考生务必将自己的姓名、准考证号填写在答题卡上。**

**2 ．回答选择题时，选出每小题答案后，用铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。 如需改动，用橡皮擦干净后，再选涂其他答案标号。回答非选择题时，将答案在答题卡上。 写在本试卷上无效。**

**3 ．考试结束后，将本试卷和答题卡一并交回。**

**一、选择题：本题共 12 小题 ，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只**

**有一项是符合题目要求的。**

1 ．设集合 *A* = {*x*  *x* = 3*k* +1，*k*Z} ， *B* = {*x*  *x* = 3*k* + 2，*k*Z} ， *U* 为整数集，则

*AUB* =

A ． {*x*  *x* = 3*k*，*k*Z} B ． {*x*  *x* = 3*k* - 1，*k* Z}

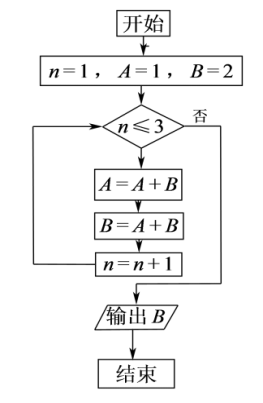
C ． {*x*  *x* = 3*k* - 2，*k* Z} D .

2-若复数 (*a* + i)(1 - *a*i) = 2 ，则 *a* =

A ． - 1 B ． [0](#bookmark1)

C ． 1 D ． [2](#bookmark2)

3 ．执行下面的程序框图，输出的 *B* =



A ． 21

B ． 34

C ． 55

D ． 89

4 ．向量***a*** = ***b*** = 1 ， ***c*** =  且***a*** + ***b*** + ***c*** = 0 ，则 cos < ***a*** - ***b***，***b*** - ***c*** >=

A ． -  B ． -  C ．  D ． 

5 ．已知数列{*an* } 中， *Sn* 为{*an* } 前 *n* 项和， *S*5 = 5*S*3 - 4 ，则 *S*4 =

A ． 7 B ． 9 C ． 15 D ． 20

6．有 50 人报名足球俱乐部，60 人报名乒乓球俱乐部，结束 70 人报名足球或乒乓球俱乐部，

若已知某人报足球俱乐部，则其报乒乓球，俱乐部的概率为

A ． 0.8 B ． 0.4 C ． 0.2 D ． 0.1

7 ．“ sin2 + sin2 = 1 ”是“ cos+ cos = 0 ”的

A ．充分条件但不是必要条件 B ．必要条件但不是充分条件

C ．充要条件 D ．既不是充分条件也不是必要条件

8 ．已知双曲线 +  = 1(*a* > 0，*b* > 0) 的离心率为  ，其中一条渐近线与圆

(*x* - 2)2 + (*y* - 3)2 = 1 交于 *A* ，*B* 两点，则 *AB*=

A ．  B ．  C ．  D ． 

9．有五名志愿者参加社区服务，共服务星期六、星期天两天，每天从中任选两人参加服务，

则两天中恰有 1 人连续参加两天服务的选择种数为

A ． 120 B ． 60 C ． 40 D ． 30

10．已知 *f*(*x*) 为函数 *y* = cos (2*x* +) 向左平移个单位所得函数，则 *y* = *f* (*x*) 与*y* = *x* -  ，

交点个数为

A ． 1 B ． 2 C ． 3 D ． 4

11．在四棱锥 *P* - *ABCD* 中，底面 *ABCD* 为正方形，*AB* = 4 ，*PC* = *PD* = 3 ， ∠*PCA* = 45° ,

则△*PBC* 的面积为

A ． 2 B ． 3 C ． 4 D ． 5

12．已知椭圆 +  = 1 ，*F*1、*F*2 为两个焦点，*O* 为原点，*P* 为椭有圆上一点，cos∠*F*1*PF*2 =  ，

则|=

A. B. C. D.

**二、填空题：本题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分。**

13 ．若 *y* = (*x* - 1)2 + *ax* + sin(*x* + ) 为偶函数，则 *a* =  .

14 ．设 *x*，*y* 满足约束条件 ，设 *z*= 3*x* + 2*y* ，则 *z* 的最大值为 .

15.在正方体 ABCD-中，E，F分别为 CD,的中点，则以EF为直径的球面与正方体每条棱的交点总数为与正方体每条棱的交点总数为 .

16 ．已知△*ABC* 中， ∠*BAC* = 60。，*AB* = 2 ，*BC* =  ，*AD* 平分∠*BAD* 交 *BC* 于点 *D* ，则

*AD* = .

**三、解答题：共 70 分。解答应写出文字说明、证明过程或演算步骤。第 17~21 题为必考题， 每个试题考生都必须作答。第 22 、23 题为选考题，考生根据情况作答。**

**（一）必答题（60 分）**

17 ．（12 分）

已知数列{*an* } 中， *a*2 = 1 ，设 *Sn* 为{*an* } 前 *n* 项和， 2*Sn* = *nan* .

（1）求{*an* } 的通项公式；

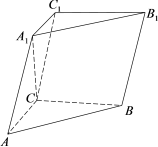
（2）求数列{} 的前n项和T

18 ．（12 分）

在三棱柱 *ABC* - *A*1*B*1*C*1 中，*AA*1 = 2 ，*A*1*C* ⊥底面 *ABC*，∠*ACB* = 90。，*A*1 到平面*BCC*1*B*1 ，

的距离为 1 .

（1）证明： *AC* = *A*1*C* ；

（3）若直线 *AA*1 与*BB*1 距离为 2，求 *AB*1 与平面*BCC*1*B*1 所

成角的正弦值.

19 ．（12 分）

为探究某药物对小鼠的生长作用，将 40 只小鼠均分为两组，分别为对照组（不药物）

和实验组（加药物）.

（1）设其中两只小鼠中对照组小鼠数目为*X*，求 *X* 的分布到和数学期望；

（2）测得 40 只小鼠体重如下（单位：g）：（已按从小到大排好）

对照组：17.3 18.4 20. 1 20.4 21.5 23.2 24.6 24.8 25.0 25.4

26. 1 26.3 26.4 26.5 26.8 27.0 27.4 27.5 27.6 28.3

实验组：5.4 6.6 6.8 6.9 7.8 8.2 9.4 10.0 10.4 11.2

14.4 17.3 19.2 20.2 23.6 23.8 24.5 25. 1 25.2 26.0

（i）求40 只小鼠体重的中位数*m*，并完成下面 2×2 列联表：

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | <*m* | >*m* |
| 对照组 |  |  |
| 实验组 |  |  |

（ii）根据 2×2 列联表，能否有 95％的把握认为药物对小鼠

生长有抑制作用.

参考数据：

*k*0

0.10

2.706

0.05

3.841

*p*(*k*2 ≥*k*0 )

0.010

6.835

20 ．（12 分）

直线 *x* - 2*y* +1 = 0 与 *y*2 = 2*px*(*p* > 0) 交于 *A* ，*B* 两点， *AB*= 4 .

（1）求 *P* 的值；

（2）*F* 为*y*2 = 2*px* 的焦点，*M*，*N* 为抛物线上的两点，且x = 0 ，求 △*MNF* 面

积的最小值.

21 ．（12 分）

已知 *f*(*x*) = *ax-* ， *x* (0， )

（1）当 *a* = 8 时，讨论 *f*(*x*) 的单调性；

（2）若 *f*(*x*) < sin 2*x* ，求 *a* 的取值范围.

**（二）选考题：共 10 分。请考生第 22、23 题中选一道作答。如果多做，则按所做的第一题**

**计分。**

22 ．[选修 4—4：坐标系与参数方程]（10 分）

已知 *p*(2，1) ，直线 *l*：*t*os *a*，(*t*为参数)，*l* 与 *x* 轴，*y* 轴正半轴交于 *A* ，*B* 两点，

*PA*× *PB*= 4 .

（1）求 *a* 的值；

（2） 以原点为极点，*x* 轴正半轴为极轴建立极坐标系，求 *l* 的极坐标方程.

23 ．[选修 4—5：不等式选讲]（10 分）

已知 *f*(*x*) = 2- *a*，*a* > 0 .

（1）解不等式 *f*(*x*) < *x* ；

（2）若*y* = *f* (*x*) 与坐标轴围成的面积为 2 ，求 *a* .